AUTOR 1, AUTOR 2, AUTOR 3

ENCABEZADO DEL ARTÍCULO EN IDIOMA ORIGINAL

ENCABEZADO DEL ARTÍCULO EN IDIOMA INGLÉS

RESUMEN

Este estudio analiza las relaciones implicativas entre las estrategias usadas por 136 estudiantes de primer curso de educación secundaria en la resolución de problemas lineales y no lineales. En primer lugar, se describen las estrategias ocupadas por los alumnos y después, empleando el software CHIC, se identifican sus relaciones implicativas. Los resultados muestran que es importante que los estudiantes comprendan la idea de razón para que sean capaces de identificar las situaciones lineales; de igual manera, aportan información sobre los posibles precursores del desarrollo del razonamiento proporcional en los estudiantes de secundaria.

PALABRAS CLAVE:

Razonamiento proporcional, uso abusivo de la linealidad, relaciones implicativas, situaciones lineales, situaciones no lineales.

ABSTRACT

This study analyzes the implicative relations between strategies used by 136 first year high school students in solving linear and non-linear problems. First of all, it describes the strategies used by students and then, using the CHIC software, it identifies implicative relations between them. The results demonstrate the importance of understanding the idea of reason in order to identify linear situations and information is provided in relation to possible precursors to the development of proportional reasoning.

KEY WORDS:

Proportional reasoning, abusive use of linearity, implicative relations, linear situations, non-linear situations.

RESUMO

Este estudo analisa as relações envolvidas entre as estratégias usadas por 136 estudantes do primeiro ano do ensino médio na resolução de problemas lineares e não lineares. Em primeiro lugar, são descritas as estratégias utilizadas pelos estudantes, e depois, empregando o software CHIC, são identificadas as relações envolvidas entre elas. Os resultados mostram a importância da compreensão da ideia da razão para identificar as situações lineares, e é feita uma contribuição de informação sobre os possíveis precursores do desenvolvimento da lógica proporcional.

PALAVRAS CHAVE:

Lógica proporcional, uso abusivo da linearidade, relações envolvidas, situações lineares, situações nãolineares.

RÉSUMÉ

L'analyse des relations implicatives entre les stratégies employées par 136 élèves en deuxième année de collège pour résoudre des problèmes linéaires et non-linéaires constitue le sujet de cette étude. Celle-ci commence, dans un premier temps, par une description desdites stratégies utilisées par les élèves. Puis, à l'aide du logiciel CHIC, elle se poursuit par une identification des relations implicatives qui existent entre ces stratégies. Les résultats obtenus démontrent l'importance de la compréhension de l'idée de raison lorsque l'on désire identifier des situations linéaires.

MOTS CLÉS:

Raisonnement proportionnel, utilisation abusive de la linéarité, relations implicatives, problèmes linéaires, problèmes non-linéaires.

1. TÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

Durante años se ha demostrado que el razonamiento proporcional es extremadamente útil en la interpretación de fenómenos reales debido a que muchos aspectos de nuestra vida operan de acuerdo con esta estructura (Van Dooren, De Bock, Janssens & Verschaffel, 2008). Se distinguen dos tipos de razones en base a la relación entre las cantidades.

En este trabajo describiremos las tres dimensiones básicas o fundamentales que distinguen a los problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas cuando son enunciados y propuestos —construidos— en el ámbito de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (en adelante, TAD). De este modo, postulamos una primera caracterización del *objeto de estudio* de la Didáctica de las Matemáticas y, en consecuencia, de esta disciplina, bajo el enfoque de la TAD[1].

Únicamente trataremos de analizar y relacionar entre sí a las tres características fundamentales de los que consideramos como *problemas didácticos*[2].

Investigaciones recientes han mostrado que estudiantes de diferentes edades que resolvían situaciones lineales utilizando relaciones multiplicativas adecuadas también solían utilizar dichas relaciones en situaciones en las que no era adecuado su uso (De Bock, Van Dooren, Janssens & Verschaffel, 2002, 2007; De Bock,

---

[1] En adelante daremos por sentado que este artículo se inscribe en el ámbito de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) para no tener que repetir constantemente —aunque a veces será inevitable— expresiones del tipo "en el ámbito de la TAD", "de acuerdo con la interpretación de la TAD" y otras similares.

[2] En este texto utilizaremos *problema didáctico* como sinónimo de *problema de investigación en Didáctica de las Matemáticas*.

Verschaffel & Janssens, 1998; Ebersbach, Van Dooren, Goudriaan & Verschaffel, 2010; Fernández & Llinares, en prensa; Fernández, Llinares, Van Dooren, De Bock & Verschaffel, 2011; Modestou & Gagatsis, 2007; Van Dooren, De Bock, Evers & Verschaffel, 2009; Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens & Verschaffel, 2005). Este hecho ha puesto de manifiesto que el uso de estrategias correctas en la resolución de problemas lineales no conlleva necesariamente que los estudiantes puedan diferenciar los problemas lineales de los no lineales y puedan resolver adecuadamente las situaciones no lineales.

> […] no debería sorprendernos que, a medida que *evoluciona* la Didáctica de las Matemáticas, los diferentes tipos de problemas que van apareciendo queden, aparentemente, cada vez más alejados de la problemática inicial. De hecho, esto es lo que ha sucedido y sigue sucediendo en todas las disciplinas científicas desde la *física*, la *química*, la *biología*, la *psicología* y la *economía*, hasta las propias *matemáticas*.

2. TÍTULO 2

2.1. *Subtítulo 1*

Un aspecto relevante en el desarrollo del sentido numérico en los estudiantes de educación primaria y secundaria es la generación de relaciones significativas entre el pensamiento aditivo y multiplicativo (Lesh et al., 1988) y, en particular, la idea de que el modelo de la suma repetida para la multiplicación es incompleto y que es necesario un cambio cualitativo para complementar la relación entre el pensamiento aditivo y multiplicativo (Fernández & Llinares, 2011;

Resnick & Singer, 1993; Van Dooren, De Bock & Verschaffel, 2010). Vinculado a este necesario cambio cualitativo está el desarrollo de la idea de covariación y de múltiples comparaciones que constituye el razonamiento proporcional (Lesh et al., 1988). Por tanto, el significado de la relación entre dos cantidades A y B parece ser una cuestión clave en la discriminación de las situaciones lineales de las no lineales. Por otra parte el desarrollo de la capacidad de discriminar estas situaciones parece que está inicialmente vinculado a un pequeño contexto de problemas y que gradualmente se amplía no siendo una cuestión de todo o nada (Gagatsis, Modestou, Elia, & Spanoudes, 2009; Lesh et al., 1989; Modestou & Gagatsis, 2009-b). Este desarrollo tiene que ver con la manera en la que los tres componentes que denominan razonamiento analógico, proporcionalidad y consciencia meta-analógica.

En este sentido, el propósito de este estudio es aportar información sobre cómo los estudiantes de 12-13 años identifican las situaciones lineales y no lineales. Para ello, esta investigación se centra en analizar las relaciones implicativas entre las estrategias usadas por los estudiantes al inicio de la educación secundaria en problemas lineales y no lineales.

2.2. *Subtítulo 2*

Considerando cómo los estudiantes usan las relaciones entre las cantidades, las investigaciones han identificado diferentes estrategias seguidas por los estudiantes cuando resuelven problemas lineales de valor perdido (Christou & Philippou, 2002; Cramer & Post, 1993; Lamon, 1993; Tourniaire & Pulos, 1985). Estas estrategias son el enfoque escalar, si se centra en el uso de la razón interna; el enfoque funcional, si se centra en el uso de la razón externa; el uso de la razón unitaria; la estrategia constructiva que se caracteriza porque los estudiantes usan diferentes relaciones entre las cantidades para construir la razón y el algoritmo de productos cruzados (regla de tres) en el que el estudiante aplica un algoritmo en el que se colocan las 4 cantidades (3 conocidas y una desconocida) en forma de proporción (como igualdad de dos fracciones) y se aplica la aritmética de las fracciones para averiguar el dato desconocido (multiplicar en cruz y despejar la x).

B1. *«María tiene 5 oportunidades más, o sea, que considero justo que sean 5 euros los que gane Esteban»*

B2. *«(Esteban debe ganar) 6 euros para que sea justo porque tiene menos posibilidades»,*

B3. *"Si a Esteban le diesen 5 euros estaría equilibrado, porque a ella por cada número que salga le dan un euro; pero sólo si le dan a Esteban tres oportunidades, ya que Maria tiene cinco oportunidades de ganar y él solo una"*

B4. *"El juego no es justo porque María tiene muchas más oportunidades; aunque le des más dinero a Esteban cuando gane, sigue sin ser justo, porque tiene menos posibilidades de ganar"*

En este sentido, el propósito de este estudio es aportar información sobre cómo los estudiantes de 12-13 años identifican las situaciones lineales y no lineales. Para ello, esta investigación se centra en analizar las relaciones implicativas entre las estrategias usadas por los estudiantes al inicio de la educación secundaria en problemas lineales y no lineales:

> ¿Qué relaciones implicativas existen entre las estrategias usadas por los estudiantes de educación secundaria (12-13 años problemas no lineales?
>
> ¿Qué aspectos influyen en el reconocimiento por parte de los estudiantes de ambas situaciones?

2.3. *Subtítulo 3*

Se diseñó un cuestionario de siete problemas formado por cinco situaciones lineales y dos situaciones no lineales. La Tabla I muestra los problemas empleados en el cuestionario.

TABLA I

Tipología y características de los problemas usados en el cuestionario

Situaciones lineales		
Comparación cualitativa		3. Hoy, Sara ha mezclado menos cacao con más leche que ayer. La leche tendrá un sabor: a) más fuerte a cacao, b) más suave a cacao, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta (Versión modificada, Cramer & Post, 1993).
Comparación numérica	Razones funcionales no enteras Razones escalares no enteras	6. ¿Qué vehículo tiene una velocidad media mayor, un camión que recorre 100 km. en 1 ½ horas o un coche que recorre 120 Km. en 1 ¾ horas? Explica tu respuesta (Versión modificada, Lamon, 1999).
Situaciones no lineales		

Constante	$f(x) = a$, $a0$ $f(x) = 10$	4. Un grupo de 5 músicos interpretan una pieza musical en 10 minutos. Otro grupo de 35 músicos interpretarán la misma pieza musical mañana. ¿Cuánto tiempo tardarán en interpretarla? ¿Por qué? (Van Dooren et al., 2005).
Aditiva	$f(x) = ax+b$, $b0$, $a = 1$ $f(x) = x+10$	7. Víctor y Ana están corriendo a la misma velocidad en una pista de atletismo. Ana empezó a correr más tarde que Víctor. Cuando Ana había recorrido 5 vueltas, Víctor ya había recorrido 15. Si Ana ha recorrido 30 vueltas ¿cuántas vueltas habrá recorrido Víctor? Explica tu respuesta (Van Dooren et al., 2005).

Los problemas fueron seleccionados teniendo en cuenta el modelo del razonamiento proporcional que subraya el papel relevante que desempeña el discriminar situaciones lineales de las que no lo son. Usamos problemas empleados en otras investigaciones porque habían sido buenos predictores tanto en el campo del desarrollo del razonamiento proporcional como en la identificación del uso abusivo de las relaciones lineales en situaciones no adecuadas.

Los estudiantes resolvieron los siete problemas en su clase habitual de matemáticas. El formato de presentación del cuestionario consistía en un cuaderno compuesto por ocho folios. Cada problema estaba en una página diferente. En un primer cuadro se les presentaba el enunciado del problema y en un segundo cuadro los estudiantes debían realizar los cálculos y justificarlos. Podían utilizar calculadoras, pero se indicó que escribieran las operaciones en el cuadro correspondiente. En la primera página se les pedía que pusieran sus datos y se les proporcionaba una serie de instrucciones.

3. TÍTULO 3: RESULTADOS

3.1. *Subtítulo 1*

En este apartado describimos las estrategias usadas por los estudiantes en los diferentes problemas mostrando cómo los estudiantes tienen en cuenta las relaciones entre las cantidades (Tabla II; las celdas sombreadas indican que la estrategia no es aplicable). En los problemas lineales de valor perdido los estudiantes emplearon tres tipos de estrategias correctas: la identificación y uso de las razones (escalar o funcional), estrategia constructiva y el algoritmo de la regla de tres.

TABLA II

Porcentaje del uso de las estrategias correctas e incorrectas en cada problema

	Lineales-Valor perdido			Lineales Comparación		No lineales	
Estrategias correctas	P1a	P1b	P5	P3	P6	P4	P7
CSa: Identificación y uso de las razones entre cantidades	31	12	21	37	9		

CSb: Estrategia constructiva	7	15	-	-	-		
CSc: Algoritmo (regla de tres)	14	14	4	-	-		
CSd: Identificación de la situación no lineal						41	60
% Total	52	41	25	37	9	41	60
Estrategias incorrectas							
ISa: Confusión de relaciones entre cantidades	4	2	-	-	4		
ISb: Estrategia constructiva errónea	4	1	-	-	-		
ISc: Identificación de la razón. Uso incorrecto	-	-	3	1	-		
ISd: Estrategia aditiva: uso de relaciones aditivas entre las cantidades en vez de relaciones multiplicativas	-	-	53	47	26		
ISe: Uso de la linealidad en						33	17

situaciones no lineales							
% Total	8	3	56	48	30	33	17
Otras	40	56	19	15	61	26	23

La estrategia "identificación y uso de las razones entre cantidades" (CSa) se basa en el reconocimiento por parte de los estudiantes de la igualdad de razones escalares o de la constante de proporcionalidad (la k en el modelo $f(x) = kx$) y su uso pertinente para realizar la acción que le pide el problema (calcular una cantidad desconocida o comparar). Esta estrategia es correcta en los problemas de valor perdido, en el problema de comparación numérica y en el problema de comparación cualitativa. Por ejemplo, empleando la razón funcional en el problema P1a los estudiantes buscan la razón unitaria "un kilo de patatas cuesta 0.4 €/kg (la constante de proporcionalidad). Puesto que se necesita saber el precio de 8 kg, 8*x*0.4 = 3.2€". Por otro lado, si emplean la razón escalar: "La relación entre los kilos de patatas que se tienen y los que se desean comprar es 8/5 (razón escalar), puesto que el precio de 5kg es 2€, por 8 kg se pagará (8/5)*x*2". En esta investigación estas dos estrategias (uso de la razón escalar o uso de la razón funcional) han sido colocadas en la misma categoría ya que, inicialmente, nuestro objetivo era identificar las relaciones implicativas entre las estrategias que se apoyaban en el reconocimiento de las relaciones correctas entre las cantidades.

Por ejemplo, el estudiante que calcula el precio de un kilo de patatas (reducción a la unidad, razón funcional, 2/5 = 0.4). A continuación usa este valor para obtener el precio de 3 kilos. Después, haciendo uso de la conservación de razones escalares, como el precio de 5 kilos de patatas es 2 euros (enunciado) y como ha obtenido que el precio de 3 kilos de patatas es 1’2 euros, entonces 8 kilos de patatas costará 3.2 euros, usando para ello el homomorfismo aditivo:

5 kg valen 2 €

3 kg valen 1.2 €

entonces

5kg + 3kg valen 2€+1.2€

Finalmente, se identificó el uso del “algoritmo de la regla de tres” (CSc) que consiste en plantear una proporción y multiplicar en cruz y después dividir. En el problema P1a, esta estrategia vendría dada mediante el planteamiento de la igualdad 5/8 = 2/x, y la realización de las siguientes operaciones: “8*x*2 = 16 y después 16/5 = 3.2 €”.

Para finalizar, la última estructura implicativa relaciona cuatro variables, tres de ellas relativas al uso del algoritmo de la regla de tres en situaciones lineales de valor perdido (CSc1a, CSc1b, CSc5) y la otra referente al uso incorrecto de relaciones de proporcionalidad (ISe4) en la situación de no linealidad constante. Las relaciones implicativas entre estas variables indican que algunos estudiantes que aplican el algoritmo correctamente en situaciones lineales también lo usan pero ahora de manera incorrecta en la situación no lineal P4 del concierto ($f(x) = 10$). Para ejemplificar estas relaciones veamos la resolución seguida por uno de los estudiantes en algunos de estos problemas. El estudiante C3 (Figura 1) emplea el algoritmo de la regla de tres para dar respuesta al problema lineal de valor perdido en un contexto de compra (P1a y P1b) y al problema lineal en un contexto de pintura (P5). Sin embargo, también usa una estrategia proporcional (en este caso emplea una regla de tres) en la situación no lineal de estructura constante ($f(x) = a$, situación del concierto). Es decir, el uso del algoritmo de la regla de tres en los estudiantes de primero de educación secundaria no conlleva la necesaria capacidad de identificar la situación no lineal.

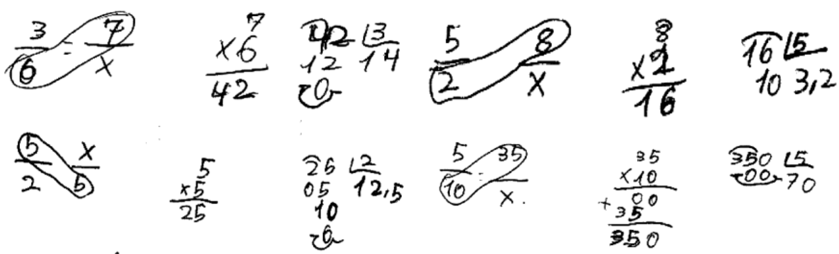

Figura 1. Resolución a los problemas del estudiante C3

4. TÍTULO 4: DISCUSIÓN

El presente estudio investiga cómo los estudiantes identifican y usan las relaciones entre las cantidades en las situaciones lineales y no lineales y proporciona información sobre qué aspectos de las estrategias usadas pueden ser considerados precursores del desarrollo del razonamiento proporcional. Esta información aporta evidencias que apoyan el modelo de razonamiento proporcional propuesto por Modestou y Gagatsis (2009-a) en el sentido de indicar cómo las componentes “proporcional” y “consciencia meta-analógica” empiezan a relacionarse. En este estudio hemos descrito las estrategias usadas por los estudiantes cuando resuelven problemas lineales de valor perdido, problemas de comparación y problemas no lineales ($f(x) = a$, y $f(x) = x+b$, b0) y nos hemos centrado en cómo los estudiantes identifican y usan las relaciones multiplicativas entre las cantidades al desarrollar sus estrategias. Los resultados obtenidos justifican la emergencia en el modelo del razonamiento proporcional de la habilidad en discriminar si una situación es proporcional o no como un aspecto constituyente de este razonamiento.

La categorización de las estrategias correctas e incorrectas usadas por los estudiantes en los problemas lineales y no lineales muestra la complementariedad entre las estrategias correctas que se apoyan en la identificación y uso de la razón en las situaciones lineales de valor perdido y las estrategias constructivas apoyadas en las propiedades de la linealidad. De esta manera, cuando el estudiante tiene dificultades en dotar de significado a la razón entre las cantidades genera estrategias constructivas. Por otra parte, cabe destacar el alto porcentaje de estudiantes que emplean estrategias aditivas apoyadas en la identificación y uso de relaciones aditivas incorrectas entre las cantidades para determinar el valor de la cantidad desconocida y los altos porcentajes de la categoría "Otras" indicando las dificultades que tienen los estudiantes en el primer curso de educación secundaria para identificar correctamente las relaciones entre las cantidades. Estos resultados van en la línea de lo obtenido en otras investigaciones centradas sobre este aspecto particular del razonamiento proporcional (Hart, 1984; Misailidou & Williams, 2003). Por otra parte, el uso abusivo de las relaciones de proporcionalidad en situaciones en las que no es adecuado es otra manifestación de esta dificultad (Eberbach et al., 2010; Fernández & Llinares, en prensa; Van Dooren et al., 2005, 2009) e indica el papel que desempeña la componente "consciencia meta-analógica" - ser capaces de reconocer problemas lineales y no lineales y de resolverlos - en el desarrollo del razonamiento proporcional.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alatorre, S. & Figueras, O. (2005). A developmental model for proportional reasoning in ratio comparison tasks. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.)., *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* (Vol. 2, pp. 25−32). Melbourne: PME.

Christou, C. & Philippou, G. (2002). Mapping and development of intuitive proportional thinking. *Journal of Mathematical Behavior, 20* (3), 321−336.

Cramer, K. & Post, T. (1993). Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics Teacher, 86*(5), 404−407.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures.* Dordrecht: Kluwer.

Gras, R., Suzuki, E., Guillet, F. y Spagnolo, F. (F.) (Eds.) (2008). *Statistical Implicative analysis. Theory and Applications.* London: Springer.

Gagatsis, A., Modestou, M. Elia, I. y Spanoudes, G. (2009). Structural modelling of development of shifts in grasping proportional relational relations underlying problem solving in area and volume. *Acta Didactica Universitatis Comenianae, 9,* 9−23.

Hart, K. (1981). *Children's understanding of mathematics: 11−16.* London: Murray.

Hart, K. (1984). *Ratio: Children's strategies and errors.* Windsor, UK: NFER Nelson.

Karplus, R., Pulos, S. & Stage, E. K. (1983). Early adolescents' proportional reasoning on 'rate' problems. *Educational Studies in Mathematics 14*(3), 219−233.

Lamon, S. (1993). Ratio and proportion: Children's cognitive and metacognitive processes. In Th. Carpenter, E. Fennema & Th. Romberg (Eds), *Rational Numbers. An Integration of Research* (pp. 131−156). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Pub.

Lamon, S. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding. Essential content knowledge and instructional strategies for teacher*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Pub.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester, Jr. (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 629−667). NC: Information Age Publishing.

Lesh, R., Post, T. & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number Concepts an Operations in the Middle Grades* (pp. 93−118). Reston, VA: Lawrence Erlebaum y National Council of Teachers of Mathematics.

Misailidou, C. & Williams, J. (2003). Diagnostic assessment of children's proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior 22*(3), 335−368.

Modestou, M. & Gagatsis, A. (2009-a). Proportional reasoning reformed. In A. Gagatsis, A. Kuzniak, E. Deliyianni y L. Vivier (eds.), *First French-Cypriot Conference of Mathematics Education* (pp. 19−33). Nicosia-Paris: University of Cyprus- University Paris Diderot 7.

Modestou, M. & Gagatsis, A. (2009-b). Proportional Reasoning: The strategies behind the percentages. *Acta Academica Universitatis Comenianae Mathematics 9*, 25−40.

Modestou, M. & Gagatsis, A. (2010). Cognitive and meta-cognitive aspects of proportional reasoning. *Mathematical Teaching and Learning 12*(1), 36−53.

Resnick, L. & Singer, J. (1993). Protoquantitative origins of ratio reasoning. In T. Carpenter, E. Fennema, y T. Romberg (eds.), *Rational Numbers. An Integration of Research* (pp. 107−130). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc, Publishers.

Strauss, A. & Corbin, J. (1994). Grounded theory methodology: An overview. In N.K. Denzin y Y. Lincoln (Eds), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 273−285). Thousand Oaks: Sage.

Tourniaire, F. & Pulos, S. (1985). Proportional reasoning. A review of literature. *Educational Studies in Mathematics 16*(2), 181−204. doi: 10.1007/BF02400937

Trigueros, M. y Escandón, M.C. (2008). Los conceptos relevantes en el aprendizaje de la graficación. Un análisis a través de la estadística implicativa. *Revista Mexicana de Investigación Educativa 13*(36), 59−85.

Van Dooren, W., De Bock, D., Evers, M. & Verschaffel, L. (2009). Students' overuse of proportionality on missing-value problems: How numbers may change solutions. *Journal for Research in Mathematics Education 40*(2), 187−211.

Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2005). Not everything is proportional: Effects of age and problem type on propensities of overgeneralization. *Cognition and Instruction 23*(1), 57−86.

Van Dooren, W., De Bock, D., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2008). The linear imperative: An inventory and conceptual analysis of students' overuse of linearity. *Journal for Research in Mathematics Education 39*(3), 311−342.

Van Dooren, W., De Bock, D. & Verschaffel, L. (2010). From addition to multiplication… and back: The development of students' additive and multiplicative reasoning skills. *Cognition and Instruction 28*(3), 360−381.

Van Dooren, W., De Bock, D., Weyers, D. & Verschaffel, L. (2004). Challenging the predictive power of intuitive rules: A replication and extension study on the impact of 'more A – more B' and 'same A- same B'. *Educational Studies in Mathematics*, *56,* 179−207.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 128−175). London: Academic Press, Inc.

Autores:

Nombre 1. Universidad de Procedencia, País. correo@electrónico.mail

Nombre 2. Universidad de Procedencia, País. correo@electrónico.mail